无需语言的证明 2

平行四边形定理另证

直角三角形一内角为 $\dfrac{\pi}{12}$, 则 斜边上的高为 $\dfrac{c}{4}$, $S=\dfrac{c^2}{8}$.

由三角形中线构成的三角形的面积等于原三角形面积的 $\dfrac{3}{4}$.

连接三角形各边的 λ 处点与对角顶点所构成的内三角形面积等于原三角形面积的 $\dfrac{(1-2\lambda)^2}{\lambda^2-\lambda+1}$.

连接平行四边形各边的 λ 处点与对角顶点所构成的内平行四边形面积等于原平行四边形面积的 $\dfrac{(1-\lambda)^2}{1+\lambda^2}$.

任意四边形的面积 等于 对角形张成平行四边形的面积.

外接圆半径为 1 的正十二边形面积为 3.

披萨定理

三圆定理

多边形拱的长度.

$$a(a+d)(a+2d)(a+3d)=(a^2+3ad+d^2)^2-(d^2)^2$$

$$\int_0^1 (x^{p/q}+x^{q/p})\,\mathrm{d}x=1$$

反三角函数求导.

双曲线作图

椭圆的焦点和准线

单调数列的切比雪夫不等式

$$\sum_{i=1}^n x_i\sum_{i=1}^n y_i\le n\sum_{i=1}^n x_iy_i.$$

若尔当不等式

$$\frac{2x}{\pi}\le\sin x\le x.$$

杨 - 不等式:

$a,b\ge 0,\ \varphi'(x)>0, \varphi(0)=0$, 则

$$ab\le\int_0^a\varphi(x)\,\mathrm{d}x+\int_0^b\varphi^{-1}(y)\,\mathrm{d}y.$$

毕达哥拉斯顺串

$$3^2+4^2=5^2$$
$$10^2+11^2+12^2=13^2+14^2$$
$$21^2+22^2+23^2+24^2=25^2+26^2+27^2$$
$$T_n=1+2+\cdots+n$$
$$(4T_n-n)^2+\cdots+(4T_n)^2=(4T_n+1)^2+\cdots+(4T_n+n)^2$$

斐波那契等式

$$\frac{k_1-1}{k_1}+\frac{k_2-1}{k_2k_1}+\frac{k+3-1}{k_3k_2k_1}+\cdots=1,\ k_i\geq 2,k_i\in\mathbb{N}$$

调和级数

$$H_k=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{k},$$
$$\sum_{k=1}^{n-1}=nH_n-n.$$

$$p=2^{n+1}-1\,\text{是素数}\quad\Rightarrow\quad N=2^np\,\text{是完全数}$$

自补图